

`$$SPAD/src/input kamke0.input`

Timothy Daly

December 30, 2008

Abstract

This is the first 50 of the Kamke test suite as published by E. S. Cheb-Terrab[1]. They have been rewritten using Axiom syntax. Where possible we show that the particular solution actually satisfies the original ordinary differential equation.

Contents

```

(*)≡
)spool kamke0.output
)set break resume
)set mes auto off
)clear all

--S 1 of 134
y:=operator 'y
--R
--R
--R (1) y
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 1

--S 2 of 134
f := operator 'f
--R
--R
--R (2) f
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 2

--S 3 of 134
g := operator 'g
--R
--R
--R (3) g
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 3

--S 4 of 134
ode1 := D(y(x),x) - (a4*x**4+a3*x**3+a2*x**2+a1*x+a0)**(-1/2)
--R
--R
--R          +-----+
--R          |  4      3      2      ,
--R          \|a4 x  + a3 x  + a2 x  + a1 x + a0 y (x) - 1
--R
--R (4) -----
--R          +-----+
--R          |  4      3      2
--R          \|a4 x  + a3 x  + a2 x  + a1 x + a0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 4

--S 5 of 134
ode1a:=solve(ode1,y,x)
--R

```

```

--R
--R (5)
--R
--R      x
--R      ++
--R      | ----- d%N ,basis= [1]]
--R      ++ +-----+
--R      | 4      3      2
--R      \|%N a4 + %N a3 + %N a2 + %N a1 + a0
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 5

```

```

--S 6 of 134
ode2 := D(y(x),x) + a*y(x) - c*exp(b*x)
--R
--R
--R      ,
--R      b x
--R (6) y (x) - c %e + a y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 6

```

```

--S 7 of 134
ode2a:=solve(ode2,y,x)
--R
--R
--R      b x
--R      c %e
--R      - a x
--R (7) [particular= -----,basis= [%e      ]]
--R      b + a
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 7

```

```

--S 8 of 134
yx:=ode2a.particular
--R
--R      b x
--R      c %e
--R (8) -----
--R      b + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 8

```

```

--S 9 of 134
ode2expr:=D(yx,x) + a*yx -c*exp(b*x)
--R
--R (9) 0

```

```
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 9
```

```
--S 10 of 134
ode3 := D(y(x),x) + a*y(x) - b*sin(c*x)
--R
--R
--R      ,
--R (10) y (x) - b sin(c x) + a y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 10
```

```
--S 11 of 134
ode3a:=solve(ode3,y,x)
--R
--R
--R      a b sin(c x) - b c cos(c x)      - a x
--R (11) [particular= -----,basis= [%e      ]]
--R              2      2
--R             c + a
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 11
```

```
--S 12 of 134
yx:=ode3a.particular
--R
--R
--R      a b sin(c x) - b c cos(c x)
--R (12) -----
--R              2      2
--R             c + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 12
```

```
--S 13 of 134
ode3expr:=D(yx,x) + a*yx - b*sin(c*x)
--R
--R
--R (13) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 13
```

```
--S 14 of 134
ode4 := D(y(x),x) + 2*x*y(x) - x*exp(-x**2)
--R
--R
--R      2
--R      ,      - x
--R (14) y (x) - x %e      + 2x y(x)
--R
```

--R Type: Expression Integer
 --E 14

--S 15 of 134
 ode4a:=solve(ode4,y,x)
 --R
 --R
 --R
$$(15) \left[\text{particular} = \frac{x^2 e^{-x^2}}{2}, \text{basis} = [e^{-x^2}] \right]$$

 --R
 --RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
 --E 15

--S 16 of 134
 yx:=ode4a.particular
 --R
 --R
 --R
$$(16) \frac{x^2 e^{-x^2}}{2}$$

 --R
 --R Type: Expression Integer
 --E 16

--S 17 of 134
 ode4expr:=D(yx,x) + 2*x*yx - x*exp(-x**2)
 --R
 --R (17) 0
 --R
 --R Type: Expression Integer
 --E 17

--S 18 of 134
 ode5 := D(y(x),x) + y(x)*cos(x) - exp(2*x)
 --R
 --R
 --R
$$(18) y'(x) - e^{2x} + y(x)\cos(x)$$

 --R
 --R Type: Expression Integer
 --E 18

--S 19 of 134
 ode5a:=solve(ode5,y,x)
 --R
 --R
 --R
$$- \sin(x) + e^{2x} - \sin(x)$$

```

--I (19) [particular= %e | ----- d%H ,basis= [%e ]]
--I ++ - sin(%H)
--R %e
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 19

```

```

--S 20 of 134
ode6 := D(y(x),x) + y(x)*cos(x) - sin(2*x)/2
--R
--R ,
--R 2y (x) - sin(2x) + 2y(x)cos(x)
--R
--R (20) -----
--R 2
--R
--R Type: Expression Integer
--E 20

```

```

--S 21 of 134
ode6a:=solve(ode6,y,x)
--R
--R - sin(x)
--R (21) [particular= sin(x) - 1,basis= [%e ]]
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 21

```

```

--S 22 of 134
yx:=ode6a.particular
--R
--R (22) sin(x) - 1
--R
--R Type: Expression Integer
--E 22

```

```

--S 23 of 134
ode6expr:=D(yx,x) + yx*cos(x) - sin(2*x)/2
--R
--R - sin(2x) + 2cos(x)sin(x)
--R (23) -----
--R 2
--R
--R Type: Expression Integer
--E 23

```

```

--S 24 of 134
sin2rule := rule 2*cos(x)*sin(x) == sin(2*x)
--R
--I (24) 2%Y cos(x)sin(x) == %Y sin(2x)
--R
--R Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)

```

```

--E 24

--S 25 of 134
sin2rule ode6expr
--R
--R (25) 0
--R
--R Type: Expression Integer
--E 25

--S 26 of 134
ode7 := D(y(x),x) + y(x)*cos(x) - exp(-sin(x))
--R
--R
--R (26)  $y'(x) - e^{-\sin(x)} + y(x)\cos(x)$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 26

--S 27 of 134
ode7a:=solve(ode7,y,x)
--R
--R
--R (27) [particular=  $x e^{-\sin(x)}$ , basis= [ $e^{-\sin(x)}$ ]]
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 27

--S 28 of 134
yx:=ode7a.particular
--R
--R
--R (28)  $x e^{-\sin(x)}$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 28

--S 29 of 134
ode7expr := D(yx,x) + yx*cos(x) - exp(-sin(x))
--R
--R
--R (29) 0
--R
--R Type: Expression Integer
--E 29

--S 30 of 134
ode8 := D(y(x),x) + y(x)*tan(x) - sin(2*x)
--R
--R
--R (30)  $y'(x) + y(x)\tan(x) - \sin(2x)$ 

```



```

--R          cos(x) |----- \|tan(x) + 1
--R          4|      4
--R          \|cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 33

--S 34 of 134
ode9 := D(y(x),x) - (sin(log(x)) + cos(log(x)) +a)*y(x)
--R
--R
--R          ,
--R (34) y (x) - y(x)sin(log(x)) - y(x)cos(log(x)) - a y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 34

--S 35 of 134
ode9a:=solve(ode9,y,x)
--R
--R
--R          x sin(log(x)) + a x
--R (35) [particular= 0,basis= [%e      ]]
--RType: Union(Record(particular: Expression Integer,basis: List Expression Integer),.
--E 35

--S 36 of 134
yx:=ode9a.particular
--R
--R
--R (36) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 36

--S 37 of 134
ode9expr:=D(yx,x) - (sin(log(x)) + cos(log(x)) +a)*yx
--R
--R
--R (37) 0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 37

--S 38 of 134
ode10 := D(y(x),x) + D(f(x),x)*y(x) - f(x)*D(f(x),x)
--R
--R
--R          ,
--R (38) y (x) + (y(x) - f(x))f (x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 38

```

```

--S 39 of 134
ode10a:=solve(ode10,y,x)
--R
--R
--R >> Error detected within library code:
--R Function not supported by Risch d.e.
--R
--R Continuing to read the file...
--R
--E 39

```

```

--S 40 of 134
ode11 := D(y(x),x) + f(x)*y(x) - g(x)
--R
--R
--R (39) y (x) + f(x)y(x) - g(x)
--R
--R
--E 40

```

Type: Expression Integer

```

--S 41 of 134
ode11a:=solve(ode11,y,x)
--R
--R
--R >> Error detected within library code:
--R Function not supported by Risch d.e.
--R
--R Continuing to read the file...
--R
--E 41

```

```

--S 42 of 134
ode12 := D(y(x),x) + y(x)**2 - 1
--R
--R
--R (40) y (x) + y(x)2 - 1
--R
--R
--E 42

```

Type: Expression Integer

```

--S 43 of 134
yx:=solve(ode12,y,x)
--R
--R
--R (41) 
$$\frac{-\log(y(x) + 1) + \log(y(x) - 1) + 2x}{2}$$

--R

```

--R Type: Union(Expression Integer,...)
 --E 43

--S 44 of 134

ode12expr:=D(yx,x) + yx**2 - 1

--R
 --R (42)
 --R ,
 --R 2 2
 --R 4y (x) + (y(x) - 1)log(y(x) + 1)
 --R
 --R +
 --R 2 2
 --R ((- 2y(x) + 2)log(y(x) - 1) - 4x y(x) + 4x)log(y(x) + 1)
 --R +
 --R 2 2 2 2 2
 --R (y(x) - 1)log(y(x) - 1) + (4x y(x) - 4x)log(y(x) - 1) + 4x y(x) - 4x
 --R /
 --R 2
 --R 4y(x) - 4

Type: Expression Integer

--E 44

--S 45 of 134

ode13 := D(y(x),x) + y(x)**2 - a*x - b

--R
 --R ,
 --R 2
 --R (43) y (x) + y(x) - a x - b

Type: Expression Integer

--E 45

--S 46 of 134

ode13a:=solve(ode13,y,x)

--R
 --R (44) "failed"

Type: Union("failed",...)

--E 46

--S 47 of 134

ode14 := D(y(x),x) + y(x)**2 + a*x**m

--R
 --R
 --R ,
 --R m 2
 --R (45) y (x) + a x + y(x)

Type: Expression Integer

```

--E 47

--S 48 of 134
ode14a:=solve(ode14,y,x)
--R
--R (46) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 48

--S 49 of 134
ode15 := D(y(x),x) + y(x)**2 - 2*x**2*y(x) + x**4 -2*x-1
--R
--R
--R (47)  $y(x)^2 + y(x)^2 - 2x^2 y(x) + x^4 - 2x - 1$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 49

--S 50 of 134
yx:=solve(ode15,y,x)
--R
--R
--R (48)  $\frac{y(x)^2 - x^2 + 1}{(2y(x) - 2x^2 - 2)e^{2x}}$ 
--R
--R Type: Union(Expression Integer,...)
--E 50

--S 51 of 134
ode15expr:=D(yx,x) + yx**2 - 2*x**2*yx + x**4 -2*x-1
--R
--R (49)
--R  $2x$ ,
--R  $- 4e^{2x} y(x)$ 
--R
--R +
--R  $(4x^4 - 8x^2 - 4)y(x)^2 + (- 8x^6 - 8x^4 + 16x^3 + 8x^2 + 16x + 8)y(x) + 4x^8$ 
--R
--R +
--R  $8x^6 - 8x^5 - 16x^3 - 8x^2 - 8x - 4$ 
--R
--R *
--R  $2x^2$ 
--R  $(e^{2x})$ 

```

```

--R      +
--R      2      2      4      2      6      4      2      2x
--R      ((- 4x  - 4)y(x)  + (8x  + 8x )y(x) - 4x  - 4x  + 4x  + 8x + 4)%e
--R      +
--R      2      2      4      2
--R      y(x)  + (- 2x  + 2)y(x) + x  - 2x  + 1
--R      /
--R      2      2      4      2      2x 2
--R      (4y(x)  + (- 8x  - 8)y(x) + 4x  + 8x  + 4)(%e  )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 51

```

```

--S 52 of 134
ode16 := D(y(x),x) + y(x)**2 +(x*y(x)-1)*f(x)
--R
--R      ,
--R      2
--R      (50) y (x) + y(x)  + x f(x)y(x) - f(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 52

```

```

--S 53 of 134
ode16a:=solve(ode16,y,x)
--R
--R      (51) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 53

```

```

--S 54 of 134
ode17 := D(y(x),x) - y(x)**2 -3*y(x) + 4
--R
--R
--R      ,
--R      2
--R      (52) y (x) - y(x)  - 3y(x) + 4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 54

```

```

--S 55 of 134
yx:=solve(ode17,y,x)
--R
--R
--R      - log(y(x) + 4) + log(y(x) - 1) - 5x
--R      (53) -----
--R                                          5
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)

```

--E 55

--S 56 of 134

ode17expr:=D(yx,x) - yx**2 -3*yx + 4

--R

--R (54)

$$\begin{aligned}
& \frac{25y^2(x) + (-y(x)^2 - 3y(x) + 4)\log(y(x) + 4)}{25y^2(x) + 75y(x) - 100} \\
& + \frac{(2y(x)^2 + 6y(x) - 8)\log(y(x) - 1) + (-10x + 15)y(x)^2 + (-30x + 45)y(x) + 40x - 60}{25y^2(x) + 75y(x) - 100} \\
& * \log(y(x) + 4) \\
& + \frac{(-y(x)^2 - 3y(x) + 4)\log(y(x) - 1)}{25y^2(x) + 75y(x) - 100} \\
& + \frac{((10x - 15)y(x)^2 + (30x - 45)y(x) - 40x + 60)\log(y(x) - 1)}{25y^2(x) + 75y(x) - 100} \\
& + \frac{(-25x^2 + 75x + 75)y(x)^2 + (-75x^2 + 225x + 225)y(x) + 100x^2 - 300x - 300}{25y^2(x) + 75y(x) - 100}
\end{aligned}$$

Type: Expression Integer

--E 56

--S 57 of 134

ode18 := D(y(x),x) - y(x)**2 - x*y(x) - x + 1

--R

--R

$$(55) \quad y'(x) - y(x)^2 - x y(x) - x + 1$$

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 57

--S 58 of 134

yx:=solve(ode18,y,x)

--R

--R

$$--R \quad \quad \quad 2$$

```

--R
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2      ++
--R      (- y(x) - 1)%e | - ----- d%N + 1
--R      ++                2
--R                       - %N + 4%N
--R                       -----
--R                        2
--R                       %e
--R (56) -----
--R                        2
--R                       - x  + 4x
--R                       -----
--R                        2
--R      (y(x) + 1)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 58

```

--S 59 of 134

ode18expr:=D(yx,x) - yx**2 - x*yx - x + 1

```

--R (57)
--R
--R      2      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2      ++
--R      (- y(x) - 2y(x) - 1)(%e ) | - ----- d%H
--R      ++                2
--R                       - %H + 4%H
--R                       -----
--R                        2
--R                       %e
--R
--R +
--R
--R      2      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2
--R      ((x y(x) + 2x y(x) + x)(%e ) + (2y(x) + 2)%e )
--R
--R *
--R
--R      x
--R      ++
--R      | - ----- d%H
--R      ++                2
--R                       - %H + 4%H
--R                       -----
--R                        2
--R                       %e

```



```

--R      +
--R      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2
--R      - %e  y (x)
--R
--R      +
--R      2      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2
--R      ((- x + 1)y(x)  + (- 2x + 2)y(x) - x + 1)(%e  )
--R      +
--R      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2      2
--R      (y(x)  - 1)%e  - 1
--R      /
--R      2      2
--R      - x  + 4x
--R      -----
--R      2      2
--R      (y(x)  + 2y(x) + 1)(%e  )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 59

```

```

--S 60 of 134
ode19 := D(y(x),x) - (y(x) + x)**2
--R
--R
--R      ,
--R      2      2
--R      (58) y (x) - y(x)  - 2x y(x) - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 60

```

```

--S 61 of 134
yx:=solve(ode19,y,x)
--R
--R
--R      +----+
--R      - y(x) + \|- 1  - x
--R      (59) -----
--R      +----+

```

```

--R          +----+          +----+          2x\|- 1
--R      (2\|- 1 y(x) + 2x\|- 1 - 2)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 61

```

--S 62 of 134

```
ode19expr := D(yx,x) - (yx + x)**2
```

```

--R
--R      (60)
--R          +----+
--R          2x\|- 1 ,
--R      - 4%e          y (x)
--R
--R      +
--R          2      2      2 +----+      3      3 +----+      4      2
--R      (- 4x y(x) + (- 8x \|- 1 - 8x )y(x) - 8x \|- 1 - 4x + 4x )
--R      *
--R          +----+ 2
--R          2x\|- 1
--R      (%e          )
--R      +
--R          +----+      2      2 +----+      3      +----+
--R      (- 4x\|- 1 + 4)y(x) + (- 8x \|- 1 + 8x)y(x) + (- 4x - 4x)\|- 1
--R      +
--R          2
--R      4x
--R      *
--R          +----+
--R          2x\|- 1
--R      %e
--R      +
--R          2      +----+      +----+      2
--R      y(x) + (- 2\|- 1 + 2x)y(x) - 2x\|- 1 + x - 1
--R      /
--R          2      +----+      +----+      2      +----+ 2
--R      (4y(x) + (8\|- 1 + 8x)y(x) + 8x\|- 1 + 4x - 4)(%e          )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 62

```

--S 63 of 134

```
ode20 := D(y(x),x) - y(x)**2 +(x**2 + 1)*y(x) - 2*x
```

```

--R
--R
--R      ,
--R          2      2
--R      (61) y (x) - y(x) + (x + 1)y(x) - 2x

```

```

--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 63

```

```

--S 64 of 134
yx:=solve(ode20,y,x)

```

```

--R
--R
--R          3
--R      - x  - 3x
--R      -----
--R          x
--R      ++
--R      2      3      1
--R      (- y(x) + x  + 1)%e  | - ----- d%H  + 1
--R      ++                    3
--R                          - %H  - 3%H
--R                          -----
--R                          3
--R                          %e
--R (62) -----
--R          3
--R      - x  - 3x
--R      -----
--R          2      3
--R      (y(x) - x  - 1)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 64

```

```

--S 65 of 134
ode20expr:=D(yx,x) - yx**2 +(x**2 + 1)*yx - 2*x

```

```

--R
--R (63)
--R
--R          3      2
--R      - x  - 3x
--R      -----
--R          3
--R      2      2      4      2
--R      (- y(x)  + (2x  + 2)y(x) - x  - 2x  - 1)(%e
--R
--R      *
--R          x      2
--R      ++        1
--R      | - ----- d%H
--R      ++        3
--R          - %H  - 3%H
--R          -----
--R          3
--R          %e
--R
--R      +
--R          2      2      4      2      6      4      2

```

$$\begin{aligned}
& ((-x^3 - 1)y(x) + (2x^3 + 4x^2 + 2)y(x) - x^3 - 3x^2 - 3x - 1) \\
& * \frac{-x^3 - 3x^2}{e^3} \\
& + (2y(x) - 2x^2 - 2)e^{\frac{-x^3 - 3x^2}{3}} \\
& * \left(\int \frac{1}{-x^3 - 3x^2} dx - \frac{1}{3} \frac{dH}{H} \right) e^{\frac{-x^3 - 3x^2}{3}} \\
& + \frac{-x^3 - 3x^2}{e^3} y'(x) \\
& + \frac{(-2x^2 y(x) + (4x^3 + 4x^2)y(x) - 2x^5 - 4x^3 - 2x)(e^{\frac{-x^3 - 3x^2}{3}})}{(y(x)^2 - x^4 - 2x^2 + 2x - 1)e^{\frac{-x^3 - 3x^2}{3}} - 1}
\end{aligned}$$

```

--R      (y(x) + (- 2x - 2)y(x) + x + 2x + 1)(%e
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 65

```

```

--S 66 of 134
ode21 := D(y(x),x) - y(x)**2 +y(x)*sin(x) - cos(x)
--R
--R
--R      ,
--R      (64) y (x) + y(x)sin(x) - cos(x) - y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 66

```

```

--S 67 of 134
ode21a:=solve(ode21,y,x)
--R
--R
--R      (65) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 67

```

```

--S 68 of 134
ode22 := D(y(x),x) - y(x)**2 -y(x)*sin(2*x) - cos(2*x)
--R
--R
--R      ,
--R      (66) y (x) - y(x)sin(2x) - cos(2x) - y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 68

```

```

--S 69 of 134
ode22a:=solve(ode22,y,x)
--R
--R
--R      (67) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 69

```

```

--S 70 of 134
ode23 := D(y(x),x) + a*y(x)**2 - b
--R
--R
--R      ,
--R      (68) y (x) + a y(x) - b

```



```

--R
--R      ,
--R      nu      2
--R (71) y (x) - b x  + a y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 73

```

```

--S 74 of 134
ode24a:=solve(ode24,y,x)
--R
--R
--R (72) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 74

```

```

--S 75 of 134
ode25 := D(y(x),x) + a*y(x)**2 - b*x**(2*nu) - c*x**(nu-1)
--R
--R
--R      ,
--R      2nu      nu - 1      2
--R (73) y (x) - b x  - c x  + a y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 75

```

```

--S 76 of 134
ode25expr:=solve(ode25,y,x)
--R
--R
--R (74) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 76

```

```

--S 77 of 134
ode26 := D(y(x),x) - (A*y(x) - a)*(B*y(x) - b)
--R
--R
--R      ,
--R      2
--R (75) y (x) - A B y(x)  + (A b + B a)y(x) - a b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 77

```

```

--S 78 of 134
yx:=solve(ode26,y,x)
--R

```

```

--R
--R      log(B y(x) - b) - log(A y(x) - a) + (- A b + B a)x
--R (76) -----
--R                               A b - B a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 78

```

--S 79 of 134

```
ode26expr := D(yx,x) - (A*yx - a)*(B*yx - b)
```

```

--R
--R (77)
--R      2 2      2 2      ,
--R      (A b - 2A B a b + B a )y (x)
--R
--R      +
--R      2 2      2      2      2      2
--R      (- A B y(x) + (A B b + A B a)y(x) - A B a b)log(B y(x) - b)
--R
--R      +
--R      2 2      2      2      2
--R      (2A B y(x) + (- 2A B b - 2A B a)y(x) + 2A B a b)log(A y(x) - a)
--R
--R      +
--R      3 2      2 3      3 2      3 2      2
--R      ((2A B b - 2A B a)x + A B b - A B a )y(x)
--R
--R      +
--R      3 2      3 2      3 3      2      2      2 2      3 3
--R      ((- 2A B b + 2A B a)x - A b - A B a b + A B a b + B a )y(x)
--R
--R      +
--R      2      2      2 2      2 3      2 3
--R      (2A B a b - 2A B a b)x + A a b - B a b
--R
--R      *
--R      log(B y(x) - b)
--R
--R      +
--R      2 2      2      2      2
--R      (- A B y(x) + (A B b + A B a)y(x) - A B a b)log(A y(x) - a)
--R
--R      +
--R      3 2      2 3      3 2      3 2      2
--R      ((- 2A B b + 2A B a)x - A B b + A B a )y(x)
--R
--R      +
--R      3 2      3 2      3 3      2      2      2 2      3 3
--R      ((2A B b - 2A B a)x + A b + A B a b - A B a b - B a )y(x)
--R
--R      +
--R      2      2      2 2      2 3      2 3
--R      (- 2A B a b + 2A B a b)x - A a b + B a b
--R
--R      *
--R      log(A y(x) - a)
--R
--R      +

```



```

--R      4 2 2      3 3      2 4 2 2
--R      (- A B b + 2A B a b - A B a )x
--R      +
--R      4 3      3 2 2      2 3 2      4 3      3 3
--R      (- A B b + A B a b + A B a b - A B a )x - A B a b
--R      +
--R      2 2 2      3 2      3 3      2 2      3 2
--R      (2A B a - A B )b + (- A B a + 2A B a)b - A B a
--R      *
--R      2
--R      y(x)
--R      +
--R      4 3      3 2 2      2 3 2      4 3 2      4 4      2 2 2 2      4 4
--R      (A B b - A B a b - A B a b + A B a )x + (A b - 2A B a b + B a )x
--R      +
--R      3 4      2 2 3 3      2 3 2 2      3 4      2 2
--R      A a b + (- A B a + A )b + (- A B a - A B a)b + (B a - A B a )b
--R      +
--R      3 3
--R      B a
--R      *
--R      y(x)
--R      +
--R      3 3      2 2 2 2      3 3 2
--R      (- A B a b + 2A B a b - A B a b)x
--R      +
--R      3 4      2 2 3      2 3 2      3 4      2 2 4      3 2 3
--R      (- A a b + A B a b + A B a b - B a b)x - A a b + (2A B a - A a )b
--R      +
--R      2 4      2 2 2 3
--R      (- B a + 2A B a )b - B a b
--R      /
--R      3 2      2 2      3 2 2
--R      (A B b - 2A B a b + A B a )y(x)
--R      +
--R      3 3      2 2      2 2      3 3      2 3      2 2      2 3
--R      (- A b + A B a b + A B a b - B a )y(x) + A a b - 2A B a b + B a b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 79

```

--S 80 of 134

ode27 := D(y(x),x) + a*y(x)*(y(x)-x) - 1

--R

--R

--R

--R (78) $y'(x) + a y(x)^2 - a x y(x) - 1$

```

--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 80

```

```

--S 81 of 134
ode27a:=solve(ode27,y,x)

```

```

--R
--R
--R          2
--R         a x
--R        ---- x
--R          2 ++ a
--R (- y(x) + x)%e | ----- d%N + 1
--R                ++      2
--R                   %N a
--R                  ----
--R                   2
--R                  %e
--R (79) -----
--R                               2
--R                              a x
--R                             ----
--R                              2
--R (y(x) - x)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 81

```

```

--S 82 of 134
ode28 := D(y(x),x) + x*y(x)**2 -x**3*y(x) - 2*x

```

```

--R
--R
--R          ,          2    3
--R (80) y (x) + x y(x) - x y(x) - 2x
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 82

```

```

--S 83 of 134
ode28a:=solve(ode28,y,x)

```

```

--R
--R
--R          4
--R         x
--R        -- x
--R          2  4 ++ %N
--R (- y(x) + x )%e | ----- d%N + 1

```

```

--R          ++      4
--R          %N
--R          ---
--R          4
--R          %e
--R (81) -----
--R          4
--R          x
--R          --
--R          2      4
--R          (y(x) - x )%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 83

```

```

--S 84 of 134
ode29 := D(y(x),x) - x*y(x)**2 - 3*x*y(x)
--R
--R
--R          ,
--R          2
--R (82) y (x) - x y(x) - 3x y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 84

```

```

--S 85 of 134
yx:=solve(ode29,y,x)
--R
--R
--R          2
--R          - 2log(y(x) + 3) + 2log(y(x)) - 3x
--R (83) -----
--R          6
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 85

```

```

--S 86 of 134
ode29expr := D(yx,x) - x*yx**2 - 3*x*yx
--R
--R (84)
--R          ,
--R          2
--R          36y (x) + (- 4x y(x) - 12x y(x))log(y(x) + 3)
--R
--R          +
--R          2
--R          (8x y(x) + 24x y(x))log(y(x)) + (- 12x + 36x)y(x)
--R
--R          +

```

```

--R          3
--R      (- 36x  + 108x)y(x)
--R      *
--R      log(y(x) + 3)
--R      +
--R          2          2
--R      (- 4x y(x)  - 12x y(x))log(y(x))
--R      +
--R          3          2          3
--R      ((12x  - 36x)y(x)  + (36x  - 108x)y(x))log(y(x))
--R      +
--R          5          3          2          5          3
--R      (- 9x  + 54x  - 36x)y(x)  + (- 27x  + 162x  - 108x)y(x)
--R      /
--R          2
--R      36y(x)  + 108y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 86

```

```

--S 87 of 134
ode30 := D(y(x),x) + x**(-a-1)*y(x)**2 - x**a
--R
--R
--R      ,      a      2 - a - 1
--R      (85) y (x) - x  + y(x) x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 87

```

```

--S 88 of 134
ode30a:=solve(ode30,y,x)
--R
--R
--R      (86) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 88

```

```

--S 89 of 134
ode31 := D(y(x),x) - a*x**n*(y(x)**2+1)
--R
--R
--R      ,      2      n
--R      (87) y (x) + (- a y(x)  - a)x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 89

```

```

--S 90 of 134
yx:=solve(ode31,y,x)
--R
--R
--R          n log(x)
--R      - a x %e      + (n + 1)atan(y(x))
--R (88) -----
--R                      n + 1
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 90

```

```

--S 91 of 134
ode31expr := D(yx,x) - a*x**n*(yx**2+1)
--R
--R (89)
--R          2          ,          3 2      2      3 2      n      n log(x) 2
--R      (n  + 2n + 1)y (x) + (- a x y(x)  - a x )x (%e      )
--R
--R      +
--R          2      2      2      2      2      n
--R      ((2a n + 2a )x y(x)  + (2a n + 2a )x) x atan(y(x))
--R
--R      +
--R          2          2      2
--R      (- a n  - 2a n - a)y(x)  - a n  - 2a n - a
--R
--R      *
--R          n log(x)
--R      %e
--R
--R      +
--R          2          2      2          n      2
--R      ((- a n  - 2a n - a)y(x)  - a n  - 2a n - a)x atan(y(x))
--R
--R      +
--R          2          2      2          n
--R      ((- a n  - 2a n - a)y(x)  - a n  - 2a n - a)x
--R
--R      /
--R          2          2      2
--R      (n  + 2n + 1)y(x)  + n  + 2n + 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 91

```

```

--S 92 of 134
ode32 := D(y(x),x) + y(x)**2*sin(x) - 2*sin(x)/cos(x)**2
--R
--R
--R          2      ,          2      2
--R      cos(x) y (x) + (y(x) cos(x)  - 2)sin(x)

```

```

--R
--R (90) -----
--R
--R          2
--R       cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 92

```

```

--S 93 of 134
yx:=solve(ode32,y,x)
--R
--R
--R (91) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 93

```

```

--S 94 of 134
ode33 := D(y(x),x) - y(x)**2*D(f(x),x)/g(x) + D(g(x),x)/f(x)
--R
--R
--R          ,          ,          2 ,
--R       f(x)g(x)y (x) + g(x)g (x) - f(x)y(x) f (x)
--R
--R (92) -----
--R
--R          f(x)g(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 94

```

```

--S 95 of 134
ode33a:=solve(ode33,y,x)
--R
--R
--R (93) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 95

```

```

--S 96 of 134
ode34 := D(y(x),x) + f(x)*y(x)**2 + g(x)*y(x)
--R
--R
--R          ,          2
--R (94) y (x) + f(x)y(x) + g(x)y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 96

```

```

--S 97 of 134
ode34a:=solve(ode34,y,x)
--R
--R

```

```

--R  >> Error detected within library code:
--R  Function not supported by Risch d.e.
--R
--R  Continuing to read the file...
--R
--E 97

```

```

--S 98 of 134
ode35 := D(y(x),x) + f(x)*(y(x)**2 + 2*a*y(x) +b)
--R
--R
--R      ,
--R      2
--R  (95) y (x) + f(x)y(x) + 2a f(x)y(x) + b f(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 98

```

```

--S 99 of 134
yx:=solve(ode35,y,x)
--R
--R  (96)
--R      +-----+ x
--R      |      2 ++
--R      2\|- b + a | f(%H)d%H
--R      ++
--R  +
--R
--R      +-----+
--R      2 |      2      2      3
--R      (y(x) + 2a y(x) - b + 2a )\|- b + a + (2b - 2a )y(x) + 2a b - 2a
--R  log(-----)
--R      2
--R      y(x) + 2a y(x) + b
--R  /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2\|- b + a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 99

```

```

--S 100 of 134
ode35expr := D(yx,x) + f(x)*(yx**2 + 2*a*yx +b)
--R
--R  (97)
--R      2      2      3      2      2
--R      ((4b - 4a )f(x)y(x) + (8a b - 8a )f(x)y(x) + (4b - 4a b)f(x))
--R  *
--R      +-----+ x      2

```

$$\begin{aligned}
& \int \sqrt{-b+a^2} \int f(x) dx \\
& + \left((4b^2 - 4a^2)f(x)y(x)^2 + (8ab^3 - 8a^3)f(x)y(x) + (4b^2 - 4ab^2)f(x) \right) \\
& \quad * \log \left(\frac{(y(x)^2 + 2ay(x) - b + 2a)\sqrt{-b+a^2} + (2b - 2a)y(x) + 2ab - 2a^3}{y(x)^2 + 2ay(x) + b} \right) \\
& + \left((8ab^3 - 8a^3)f(x)y(x)^2 + (16ab^2 - 16a^4)f(x)y(x) + (8ab^2 - 8ab^3)f(x) \right) \\
& \quad * \sqrt{-b+a^2} \int x \int f(x) dx \\
& + (4b^2 - 4a^2)\sqrt{-b+a^2} y(x)^2, \\
& + \left((-f(x)y(x)^2 - 2af(x)y(x) - bf(x))\sqrt{-b+a^2} \right) \\
& \quad * \log \left(\frac{(y(x)^2 + 2ay(x) - b + 2a)\sqrt{-b+a^2} + (2b - 2a)y(x) + 2ab}{(y(x)^2 + 2ay(x) - b + 2a)\sqrt{-b+a^2} + (2b - 2a)y(x) + 2ab} \right)
\end{aligned}$$


```

--R      +
--R      3
--R      - 2a
--R      /
--R      2
--R      y(x) + 2a y(x) + b
--R      **
--R      2
--R      +
--R      3      2      2      4      2      3
--R      ((4a b - 4a )f(x)y(x) + (8a b - 8a )f(x)y(x) + (4a b - 4a b)f(x))
--R      *
--R      +-----+
--R      2      2 |      2      2      3
--R      (y(x) + 2a y(x) - b + 2a )\|- b + a + (2b - 2a )y(x) + 2a b - 2a
--R      log(-----)
--R      2
--R      y(x) + 2a y(x) + b
--R      +
--R      2      2      2      2
--R      (4b + (- 4a + 4)b - 4a )f(x)y(x)
--R      +
--R      2      3      3
--R      (8a b + (- 8a + 8a)b - 8a )f(x)y(x)
--R      +
--R      3      2      2      2
--R      (4b + (- 4a + 4)b - 4a b)f(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- b + a
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2      3      2      2 |      2
--R      ((4b - 4a )y(x) + (8a b - 8a )y(x) + 4b - 4a b)\|- b + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 100

```

--S 101 of 134

ode36 := D(y(x),x) + y(x)**3 + a*x*y(x)**2

--R

--R

--R , 3 2

--R (98) y (x) + y(x) + a x y(x)

--R

--R

Type: Expression Integer

```

--E 101

--S 102 of 134
ode36a:=solve(ode36,y,x)
--R
--R
--R (99) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 102

--S 103 of 134
ode37 := D(y(x),x) - y(x)**3 - a*exp(x)*y(x)**2
--R
--R
--R (100)  $y'(x) - a y(x)^2 e^x - y(x)^3$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 103

--S 104 of 134
ode37a:=solve(ode37,y,x)
--R
--R (101) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 104

--S 105 of 134
ode38 := D(y(x),x) - a*y(x)**3 - b*x**(3/2)
--R
--R
--R (102)  $y'(x) - b x^{\frac{3}{2}} - a y(x)^3$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 105

--S 106 of 134
ode38a:=solve(ode38,y,x)
--R
--R (103) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 106

--S 107 of 134
ode39 := D(y(x),x) - a3*y(x)**3 - a2*y(x)**2 - a1*y(x) - a0
--R
--R
--R (104)  $y'(x) - a_3 y(x)^3 - a_2 y(x)^2 - a_1 y(x) - a_0$ 

```

```

--R (104) y (x) - a3 y(x) - a2 y(x) - a1 y(x) - a0
--R
--R Type: Expression Integer
--E 107

```

```

--S 108 of 134
yx:=solve(ode39,y,x)

```

```

--R
--R (105)
--R ROOT
--R      2 2      3      3      2 2
--R      (- 81a0 a3 + (54a0 a1 a2 - 12a1 )a3 - 12a0 a2 + 3a1 a2 )
--R      *
--R      2
--R      %%CK0
--R      +
--R      2
--R      12a1 a3 - 4a2
--R      /
--R      2 2      3      3      2 2
--R      27a0 a3 + (- 18a0 a1 a2 + 4a1 )a3 + 4a0 a2 - a1 a2
--R      +
--R      - %%CK0
--R      *
--R      log
--R      2 3      2 2      2      4 2
--R      162a0 a1 a3 + (- 54a0 a2 - 108a0 a1 a2 + 24a1 )a3
--R      +
--R      3      3 2      5      2 4
--R      (60a0 a1 a2 - 14a1 a2 )a3 - 8a0 a2 + 2a1 a2
--R      *
--R      %%CK0
--R      +
--R      2 3      3 2      3      2 2
--R      81a0 a3 + (- 54a0 a1 a2 + 12a1 )a3 + (12a0 a2 - 3a1 a2 )a3
--R      *
--R      ROOT
--R      2 2      3      3
--R      - 81a0 a3 + (54a0 a1 a2 - 12a1 )a3 - 12a0 a2
--R      +
--R      2 2
--R      3a1 a2
--R      *
--R      2
--R      %%CK0

```

$$\begin{aligned}
& + \frac{12a_1 a_3 - 4a_2^2}{27a_0^2 a_3^2 + (-18a_0 a_1 a_2 + 4a_1^3)a_3 + 4a_0 a_2^3 - a_1^2 a_2^2} \\
& + \frac{162a_0^2 a_1 a_3^3 + (-54a_0^2 a_2^2 - 108a_0 a_1 a_2 + 24a_1^4)a_3^2}{(60a_0^3 a_1 a_2^3 - 14a_1^3 a_2^2)a_3 - 8a_0 a_2^5 + 2a_1 a_2^4} \\
& * \frac{\%CK0^2}{-81a_0^2 a_3^3 + (54a_0 a_1 a_2 - 12a_1^3)a_3^2} \\
& + \frac{(-12a_0 a_2^3 + 3a_1 a_2^2)a_3^3}{\%CK0} \\
& + (54a_0^3 a_3^3 - 18a_1 a_2^2 a_3^3 + 4a_2^3 a_3^3)y(x) + (18a_0 a_2^2 - 12a_1^2)a_3^2 \\
& + 2a_1 a_2^2 a_3^2 \\
& - \text{ROOT} \frac{-81a_0^2 a_3^2 + (54a_0 a_1 a_2 - 12a_1^3)a_3^3 - 12a_0 a_2^3}{3a_1 a_2^2} \\
& * \frac{\%CK0^2}{12a_1 a_3^2 - 4a_2^2} \\
& / \frac{27a_0^2 a_3^2 + (-18a_0 a_1 a_2 + 4a_1^3)a_3 + 4a_0 a_2^3 - a_1^2 a_2^2}{27a_0^2 a_3^2 + (-18a_0 a_1 a_2 + 4a_1^3)a_3 + 4a_0 a_2^3 - a_1^2 a_2^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \\
& - \%CK0 \\
& * \\
& \log \\
& \quad - 162a_0^2 a_1 a_3^3 + (54a_0^2 a_2^2 + 108a_0^2 a_1 a_2 - 24a_1^4) a_3^2 \\
& \quad + \\
& \quad \quad (- 60a_0^3 a_1 a_2^3 + 14a_1^3 a_2^2) a_3^5 + 8a_0^5 a_2^2 - 2a_1^2 a_2^4 \\
& * \\
& \quad \%CK0 \\
& + \\
& \quad - 81a_0^2 a_3^3 + (54a_0^3 a_1 a_2 - 12a_1^3) a_3^2 + (- 12a_0^3 a_2^3 + 3a_1^2 a_2^2) a_3^2 \\
& * \\
& \quad \text{ROOT} \\
& \quad \quad - 81a_0^2 a_3^3 + (54a_0^3 a_1 a_2 - 12a_1^3) a_3^3 - 12a_0^3 a_2^3 \\
& \quad \quad + \\
& \quad \quad \quad 3a_1^2 a_2^2 \\
& * \\
& \quad \quad \%CK0^2 \\
& + \\
& \quad \quad 12a_1^2 a_3 - 4a_2^2 \\
& / \\
& \quad 27a_0^2 a_3^2 + (- 18a_0^3 a_1 a_2 + 4a_1^3) a_3^3 + 4a_0^3 a_2^3 - a_1^2 a_2^2 \\
& + \\
& \quad 162a_0^2 a_1 a_3^3 + (- 54a_0^2 a_2^2 - 108a_0^2 a_1 a_2 + 24a_1^4) a_3^2 \\
& + \\
& \quad \quad (60a_0^3 a_1 a_2^3 - 14a_1^3 a_2^2) a_3^5 - 8a_0^5 a_2^2 + 2a_1^2 a_2^4 \\
& * \\
& \quad \%CK0^2 \\
& + \\
& \quad - 81a_0^2 a_3^3 + (54a_0^3 a_1 a_2 - 12a_1^3) a_3^2 \\
& + \\
& \quad \quad (- 12a_0^3 a_2^3 + 3a_1^2 a_2^2) a_3^3 \\
& *
\end{aligned}$$

```

--I      %%CK0
--R      +
--R      3      2      3      2      2
--R      (54a0 a3 - 18a1 a2 a3 + 4a2 a3)y(x) + (18a0 a2 - 12a1 )a3
--R      +
--R      2
--R      2a1 a2 a3
--R      +
--R      2%%CK0
--R      *
--R      log
--R      2      3      2      2      2      4      2
--R      - 162a0 a1 a3 + (54a0 a2 + 108a0 a1 a2 - 24a1 )a3
--R      +
--R      3      3      2      5      2      4
--R      (- 60a0 a1 a2 + 14a1 a2 )a3 + 8a0 a2 - 2a1 a2
--R      *
--R      2
--R      %%CK0
--R      +
--R      2      3      3      2      3      2      2
--R      (81a0 a3 + (- 54a0 a1 a2 + 12a1 )a3 + (12a0 a2 - 3a1 a2 )a3)
--R      *
--R      %%CK0
--R      +
--R      3      2      3      2      2
--R      (27a0 a3 - 9a1 a2 a3 + 2a2 a3)y(x) + (9a0 a2 + 12a1 )a3
--R      +
--R      2      4
--R      - 11a1 a2 a3 + 2a2
--R      +
--R      - 2x
--R      /
--R      2
--R
--R      Type: Union(Expression Integer,...)
--E 108

```

```

--S 109 of 134
ode40 := D(y(x),x) + 3*a*y(x)**3 + 6*a*x*y(x)**2
--R
--R      ,
--R      3      2
--R      (106) y (x) + 3a y(x) + 6a x y(x)
--R
--R      Type: Expression Integer
--E 109

```

```

--S 110 of 134
ode40a:=solve(ode40,y,x)
--R
--R (107) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 110

```

```

--S 111 of 134
ode41 := D(y(x),x) + a*x*y(x)**3 + b*y(x)**2
--R
--R
--R (108)  $y'(x) + a x^3 y(x)^2 + b y(x)^2$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 111

```

```

--S 112 of 134
ode41a:=solve(ode41,y,x)
--R
--R (109) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 112

```

```

--S 113 of 134
ode42 := D(y(x),x) - x*(x+2)*y(x)**3 - (x+3)*y(x)**2
--R
--R
--R (110)  $y'(x) + (-x^2 - 2x)y(x)^3 + (-x - 3)y(x)^2$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 113

```

```

--S 114 of 134
ode42a:=solve(ode42,y,x)
--R
--R (111) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 114

```

```

--S 115 of 134
ode43 := D(y(x),x) + (3*a*x**2 + 4*a**2*x + b)*y(x)**3 + 3*x*y(x)**2
--R
--R
--R (112)  $y'(x) + (3a x^2 + 4a^2 x + b)y(x)^3 + 3x y(x)^2$ 
--R
--R Type: Expression Integer

```

--E 115

--S 116 of 134

ode43a:=solve(ode43,y,x)

--R

--R (113) "failed"

--R

Type: Union("failed",...)

--E 116

--S 117 of 134

ode44 := D(y(x),x) + 2*a*x**3*y(x)**3 + 2*x*y(x)

--R

--R (114) $y'(x) + 2ax^3y(x)^3 + 2xy(x)$

--R

Type: Expression Integer

--E 117

--S 118 of 134

yx:=solve(ode44,y,x)

--R

--R (115)
$$\frac{(2ax^2 + a)y(x)^2 + 2y(x)^2}{2y(x)^2 e^{2x}}$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E 118

--S 119 of 134

ode44expr := D(yx,x) + 2*a*x**3*yx**3 + 2*x*yx

--R

--R (116)

--R
$$\frac{-8y(x)^3 e^{2x} y'(x) + ((-8ax^3 + 4ax^6 - 8xy(x)^4) e^{2x}) + (8a^4 x^9 + 12a^4 x^7 + 6a^4 x^5 + a^4 x^3) y(x)^6 + (24a^3 x^7 + 24a^3 x^5 + 6a^3 x^3) y(x)^5 + (24a^2 x^5 + 12a^2 x^3) y(x)^4 + 8a^2 x^3}{2^3}$$


```

--R      6 2x
--R      4y(x) (%e )
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 119

```

```

--S 120 of 134
ode45 := D(y(x),x) + 2*(a**2*x**3 - b**2*x)*y(x)**3 + 3*b*y(x)**2
--R
--R      ,
--R      2 3      2      3      2
--R      (117) y (x) + (2a x - 2b x)y(x) + 3b y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 120

```

```

--S 121 of 134
ode45a:=solve(ode45,y,x)
--R
--R      (118) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 121

```

```

--S 122 of 134
ode46 := D(y(x),x) - x**a*y(x)**3 + 3*y(x)**2 - x**(-a)*y(x) -
--R      -x**(-2*a) + a*x**(-a-1)
--R
--R      ,
--R      3 a      - a      - a - 1      - 2a      2
--R      (119) y (x) - y(x) x - y(x)x + a x - x + 3y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 122

```

```

--S 123 of 134
ode46a:=solve(ode46,y,x)
--R
--R      (120) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 123

```

```

--S 124 of 134
ode47 := D(y(x),x) - a*(x**n - x)*y(x)**3 - y(x)**2
--R
--R      ,
--R      3 n      3      2
--R      (121) y (x) - a y(x) x + a x y(x) - y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 124

```

```

--S 125 of 134
ode47a:=solve(ode47,y,x)
--R
--R (122) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 125

```

```

--S 126 of 134
ode48 := D(y(x),x) - (a*x**n + b*x)*y(x)**3 - c*y(x)**2
--R
--R
--R (123)  $y(x) - a y(x) x^{3n} - b x y(x)^3 - c y(x)^2$ 
--R
--R Type: Expression Integer
--E 126

```

```

--S 127 of 134
ode48a:=solve(ode48,y,x)
--R
--R (124) "failed"
--R
--R Type: Union("failed",...)
--E 127

```

```

--S 128 of 134
ode49 := D(y(x),x) + a*diff(phi(x),x)*y(x)**3 + 6*a*phi(x)*y(x)**2 + _
(2*a+1)*y(x)*diff(phi(x),x,x)/diff(phi(x),x) +2*(a+1)
--R
--R There are no library operations named phi
--R Use HyperDoc Browse or issue
--R )what op phi
--R to learn if there is any operation containing " phi " in its
--R name.
--R
--R Cannot find a definition or applicable library operation named phi
--R with argument type(s)
--R Variable x
--R
--R Perhaps you should use "@" to indicate the required return type,
--R or "$" to specify which version of the function you need.
--E 128

```

```

--S 129 of 134
f1 := operator 'f1
--R
--R (125) f1

```

```

--R                                                    Type: BasicOperator
--E 129

--S 130 of 134
f2 := operator 'f2
--R
--R   (126)  f2
--R                                                    Type: BasicOperator
--E 130

--S 131 of 134
f3 := operator 'f3
--R
--R   (127)  f3
--R                                                    Type: BasicOperator
--E 131

--S 132 of 134
f0 := operator 'f0
--R
--R   (128)  f0
--R                                                    Type: BasicOperator
--E 132

--S 133 of 134
ode50 := D(y(x),x) - f3(x)*y(x)**3 - f2(x)*y(x)**2 - f1(x)*y(x) - f0(x)
--R
--R   (129)  y (x) - f3(x)y(x)3 - f2(x)y(x)2 - f1(x)y(x) - f0(x)
--R                                                    Type: Expression Integer
--E 133

--S 134 of 134
ode50a:=solve(ode50,y,x)
--R
--R   (130)  "failed"
--R                                                    Type: Union("failed",...)
--E 134

)spool
)lisp (bye)

```

References

- [1] <http://www.cs.uwaterloo.ca/~ecterrab/odetools.html>